Formelsammlung Thermodynamik II (Hauptstudium)

Prof. Dr.-Ing. Lutz Mardorf **Hochschule Osnabrück**

- Thermische Zustandsgleichung für reale Gase

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Druck	p	$\frac{N}{m^2}$
Spezifisches Volumen	v	$\frac{m^3}{kg}$
Temperatur	T	K
Spezielle oder individuelle Gaskonstante (Stoffwert)	R_i oder R	$\frac{J}{kg \cdot K} = \frac{Nm}{kg \cdot K}$
Realgasfaktor	Z	-
Virialkoeffizienten (Stoffdaten)	$B(T),\ C(T),\ D(T)$ ….	-

$p \cdot v = Z \cdot R_i \cdot T$ mit $Z = 1$ für ideale Gase $Z <\ > 1$ für reale Gase

$$Z = \frac{p \cdot v}{R_i \cdot T} = 1 + \frac{B(T)}{v} + \frac{C(T)}{v^2} + \frac{D(T)}{v^3} + \ldots$$

1. Mehrphasen Systeme
Phasenübergänge und seine Anwendungen in Maschinen und Anlagen

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Masse Nassdampf	m oder m_{gesamt}	kg
Masse Dampfanteil	m_d	kg
Masse Flüssigkeitsanteil	m_{fl}	kg
Dampfgehalt im Nassdampf	x	-
Flüssigkeitsgehalt im Nassdampf	y	-

1.1 Phasenübergänge und Nassdampf
1.1.1 Nassdampf und Dampfgehalt im Nassdampfgebiet

$$x + y = 1$$

Dampfgehalt im Nassdampf: $x = \frac{m_d}{m_d + m_{fl}} = \frac{m_d}{m_{gesamt}}$

Flüssigkeitsgehalt im Nassdampf: $y = 1 - x = \frac{m_{fl}}{m_{gesamt}}$

1.1.2 Spezifisches Volumen im Phasendiagramm mit Siedelinie und Taulinie

v' < v < v'' / ρ' > ρ > ρ''

Begriff	Formelzeichen	Dimension
siedende Flüssigkeit (Zustand auf Siedelinie im Phasendiagramm)	$v = v'$	$\frac{m^3}{kg}$
trocken gesättigter Dampf (Zustand auf Taulinie im Phasendiagramm)	$v = v''$	$\frac{m^3}{kg}$
Nassdampf (Zustand zwischen Siedeline und Taulinie	$v' < v < v''$	$\frac{m^3}{kg}$
unterkühlte Flüssigkeit	$v < v'$	$\frac{m^3}{kg}$
überhitzter Dampf	$v > v''$	$\frac{m^3}{kg}$
Dichte (Kehrwert vom Spezifischen Volumen)	ρ	$\frac{kg}{m^3}$

$$v = (1 - x) \cdot v' + x \cdot v'' \qquad \rho = \frac{1}{v}$$

1.1.3 Energetische Größen im Nassdampfgebiet

h' < h < h'' / u' < u < u'' / s' < s < s''

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Spezifische Enthalpie im Nassdampfgebiet	h	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Enthalpie auf der Siedelinie	h'	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Enthalpie auf der Taulinie	h''	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Innere Energie im Nassdampfgebiet	u	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Innere Energie auf der Siedelinie	u'	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Innere Energie auf der Taulinie	u''	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Entropie im Nassdampfgebiet	s	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Spezifische Entropie auf der Siedelinie	s'	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Spezifische Entropie auf der Taulinie	s''	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$

$$h = (1-x)\cdot h' + x\cdot h''$$

$$u = (1-x)\cdot u' + x\cdot u''$$

$$s = (1-x)\cdot s' + x\cdot s''$$

- **Verdampfungsenthalpie**

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Spezifische Verdampfungsenthalpie zwischen Siedelinie und Taulinie	r	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Enthalpie im Nassdampfgebiet	h	$\frac{kJ}{kg}$
Dampfgehalt im Nassdampf	x	-

$$r = h'' - h'$$

$$h = h' + x\cdot r$$

- **Enthalpie im einphasigen Zustand**

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Spezifische Enthalpiedifferenz	Δh	$\frac{kJ}{kg}$
Temperaturdifferenz (immer in Kelvin)	Δt	K
Mittlere spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck in der Dampfphase zwischen t_s und $t_ü$ (Stoffwert)	$c_{p_m}\Big\vert_{t_s}^{t_ü}$	$\frac{kJ}{kg\cdot K}$
Celsius-Temperatur	t	$°C$
Spezifische Enthalpie Überhitzter Dampf	$h_ü$	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Entropie Überhitzter Dampf	$s_ü$	$\frac{kJ}{kg\cdot K}$
Sättigungstemperatur (von Siedelinie über Nassdampf bis Taulinie)	t_s bzw. T_s	$°C$ bzw. K
Temperatur Überhitzter Dampf	$t_ü$ bzw. $T_ü$	$°C$ bzw. K

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad h - h_0 = c_p \cdot (t - t_0)$$

da $h(0°) = 0\,\frac{kJ}{kg}$ $\Rightarrow$ Enthalpie einer Flüssigkeit $h_f = c_p \cdot (t - 0°C)$

$$h_ü = h'' + c_{p_m}\Big\vert_{t_s}^{t_ü} \cdot (t_ü - t_s) \qquad s_ü = s'' + c_{p_m}\Big\vert_{t_s}^{t_ü} \cdot \ln\frac{T_ü}{T_s}$$

1.2 Dampfkraftanlage

***Clausius-Rankine (CR)*-Prozess**

- $1 \rightarrow 2_S$ Isentrope Expansion (Turbine) mit $\Delta S_{1,2_S} = 0$
- $2_S \rightarrow 3$ Isobare Wärmeabfuhr (Kondensator)
- $3 \rightarrow 4$ Isentrope Druckerhöhung (Speisewasserpumpe)
- $4 \rightarrow 1$ Isobare Wärmezufuhr (Dampferzeuger, Kessel)

Praktischer Vergleichsprozeß mit Wirkungsgrad der Turbine

- $1 \rightarrow 2$ Polytrope Expansion (Turbine) mit $\Delta S_{1,2} > 0$
- $3 \rightarrow 4$ Isochore Druckerhöhung (Speisewasserpumpe)

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Spezifische Enthalpie im Zustandspunkt	h	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Enthalpie Differenz zwischen zwei Zustandspunkten	Δh	$\frac{kJ}{kg}$
Gütegrad der Turbine Isentroper Wirkungsgrad	η_g	-
Mechanischer Wirkungsgrad der Turbine	η_m	-
Dampfmassenstrom	$\dot{m}_d$	$\frac{kg}{s}$
Wärmestrom	$\dot{Q}$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Leistung	P	$\frac{kJ}{s} = kW$
Wärme	Q	kJ
Spezifische technische Arbeit	w_t	$\frac{kJ}{kg}$
Kesseldruck	p_K	$\frac{N}{m^2}$
Kondensatordruck	p_C	$\frac{N}{m^2}$
Spezifisches Volumen	v	$\frac{m^3}{kg}$

$$\left|P_{Nutzleistung}\right| = \left|P_{Turbinenleistung_{effektiv}}\right| - \left|P_{Speisewasserpumpenleistung}\right|$$

- ***Turbine***

$$\eta_g = \frac{\Delta h_{polytrop}}{\Delta h_{S(isentrop)}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2_S} - h_1}$$

Isentrope Turbinenleistung $\quad P_S = \dot{m}_d \left(\mathrm{h}_{2_S} - h_1\right)$

Indizierte, innere Turbinenleistung $\quad P_i = \eta_g \cdot \dot{m}_d \left(\mathrm{h}_{2_S} - h_1\right) = \dot{m}_d \left(\mathrm{h}_2 - h_1\right)$

Effektive Turbinenleistung $\quad P_{eff} = \eta_m \cdot \mathrm{P_i}$

- ***Kondensator***

Wärmestrom-Abfuhr am Kondensator $\quad \dot{Q}_{12} = \dot{m}_d \left(\mathrm{h}_3 - h_{2_S}\right)$

- ***Speisewasserpumpe***

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Wirkungsgrad der Speisewasserpumpe	η_{SP}	-
Technische Leistung	$P_{t_{34}} = \dot{W}_{t_{3,4}}$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Spezifische technische Arbeit	$w_{t_{3,4}}$	$\frac{kJ}{kg}$
Effektive Leistung Speisewasserpumpe	$P_{34_{eff}} = P_{SP}$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Kesseldruck	p_K	$\frac{N}{m^2}$
Kondensatordruck	p_C	$\frac{N}{m^2}$
Spezifisches Volumen	v	$\frac{m^3}{kg}$

$$w_{t_{34}} = \left(h_4 - h_3\right)$$

näherungsweise bei isentroper bzw. isochorer Druckerhöhung:

$$w_{t34} \approx v_3 \cdot (p_k - p_c) \quad \rightarrow P_{34_{eff}} = P_{SP} = \frac{\dot{W}_{t34,isentrop}}{\eta_{SP}} = \frac{\dot{m}_d \cdot w_{t_{34}}}{\eta_{SP}}$$

- ***Dampferzeuger , Kessel***

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Wärmestrom-Zufuhr Kessel	$\dot{Q}_K$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Massenstrom Brennstoff	$\dot{m}_B$	$\frac{kg}{s}$
Heizwert Brennstoff	Δh_i	$\frac{kJ}{kg}$
Massenstrom Abgas	$\dot{m}_A$	$\frac{kg}{s}$
Spezifische Abgasenthalpie als Funktion von Abgastemperatur	$h_A(\mathrm{t_A})$	$\frac{kJ}{kg}$
Spezifische Abgasenthalpie von Umgebungstemperatur	$h_A(\mathrm{t_u})$	$\frac{kJ}{kg}$
Wärmestromverlust am Kessel zur Umgebung	$\dot{Q}_\mathrm{V}$	$\frac{kJ}{s} = kW$

Wärmestrom-Zufuhr am Dampferzeuger (Kessel)

$$\dot{Q}_K = \dot{Q}_{2,3} = \dot{m}_d \cdot (h_1 - h_4)$$

Energiebilanz des Dampferzeugers
Leistung-Brennstoff = Erhöhung Enthalpiestrom Wasser + Abgasverlust + Wärmeverlust an Umgebung

$$\dot{m}_B \cdot \Delta h_i = \dot{m}_d \cdot (h_1 - h_4) + \dot{m}_A \cdot [h_A(t_A) - h_A(t_u)] + \dot{Q}_V$$

- ***Kennzahlen***

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Spezifischer Dampfverbrauch	D	$\frac{kg}{kW \cdot h}$ bzw. $\frac{kg}{kW \cdot s}$
Thermischer Wirkungsgrad	η_{th}	-

$$D = \frac{\dot{m}_d}{P_{eff}} \qquad \eta_{th} = \frac{|P_{Nutz}|}{\dot{Q}_{zu}} = \frac{\dot{Q}_K - |\dot{Q}_C|}{\dot{Q}_K}$$

1.2 Kältemaschinenprozess

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Isentrope Verdichterantriebsleistung	P_{isen}	$\frac{kJ}{s} = kW$
Polytrope Verdichterantriebsleistung	P_{poly}	$\frac{kJ}{s} = kW$
Effektive Verdichterantriebsleistung	P_{eff}	$\frac{kJ}{s} = kW$
Kältemittelmassenstrom	$\dot{m}_{KM}$	$\frac{kg}{s}$
Spezifische Enthalpie	h	$\frac{kJ}{kg}$
Verdampferleistung	$\dot{Q}_0$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Kondensator- bzw. Gaskühlerleistung	$\dot{Q}_C$	$\frac{kJ}{s} = kW$
Indizierter, innerer Wirkungsgrad am Verdichter	η_i	-
Mechanischer Wirkungsgrad am Verdichter	η_m	-
Indizierte Kälteleistungszahl	ε_i	-
Effektive Kälteleistungszahl coefficient of performance	ε_{eff} COP	-

$$P_{isen} < P_{poly} < P_{eff}$$

$$P_{isen} = \dot{m}_{KM} \cdot \left(h_{2_S} - h_1\right)$$

$$P_{poly} = \frac{P_{isen}}{\eta_i} \qquad \eta_i = \frac{\Delta h_{isen}}{\Delta h_{poly}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

$$P_{eff} = \frac{P_{isen}}{\eta_i \cdot \eta_m} \qquad \eta_{eff} = \eta_i \cdot \eta_m$$

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}_{KM} \cdot \left(h_1 - h_4\right) \qquad \dot{Q}_C = \dot{m}_{KM} \cdot \left(h_3 - h_2\right)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\dot{Q}_0}{P_{poly}} \qquad \varepsilon_{eff} = \frac{\dot{Q}_0}{P_{eff}} \quad \rightarrow \quad COP$$

Adiabate Drossel = Expansionsventil $\rightarrow$ $h_3 = h_4$!!!

2. Verbrennung

2.1 Heiz- und Brennwert

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Heizwert – interior Wasserdampf gasförmig	H_i bzw. Δh_i	$\frac{MJ}{kmol}$ bzw. $\frac{kJ}{kg}$
Brennwert – superior Wasserdampf kondensiert	H_s bzw. Δh_s	$\frac{MJ}{kmol}$ bzw. $\frac{kJ}{kg}$
Massenanteile im festen oder flüssigen Brennstoff Kohlenstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Schwefel ,Sauerstoff, Wasser	c, h, n, s, o, w	$\frac{kg}{kg_{Brennstoff}}$
Volumen-oder Molenanteile im gasförmigen Brennstoff	$CO^b, H_2^b, CH_4^b, C_2H_4^b$	$\frac{m_N^3}{m^3_{N_{Brennstoff}}}$ bzw. $\frac{kmol}{kmol_{Brennstoff}}$
Molenanteil bzw. Massenanteil einer Komponente im Brennstoff	ν_K	$\frac{kmol}{kmol_{Brennstoff}}$ bzw. $\frac{kg}{kg_{Brennstoff}}$

Für feste und flüssige Brennstoffe mit c, h, n, s, o, w : Massenanteil im Brennstoff in $kg/kg_{Brennstoff}$

$$\Delta h_s \approx 34{,}0 \cdot c + 124{,}3 \cdot h + 6{,}3 \cdot n + 19{,}1 \cdot s - 9{,}8 \cdot o \qquad \left[\frac{MJ}{kg}\right]$$

$$\Delta h_i \approx 34{,}0 \cdot c + 101{,}6 \cdot h + 6{,}3 \cdot n + 19{,}1 \cdot s - 9{,}8 \cdot o - 2{,}5 \cdot w \qquad \left[\frac{MJ}{kg}\right]$$

Für gasförmige Brennstoffe mit CO^b, H_2^b… Volumen- bzw. Molanteile Gaskomponenten im Brenngas

$$H_s = 282{,}98 \cdot CO^b + 285{,}83 \cdot H_2^b + 890{,}63 \cdot CH_4^b + 1411{,}18 \cdot C_2H_4^b + 1560{,}69 \cdot C_2H_6^b +$$
$$+ 2058{,}02 \cdot C_3H_6^b + 2219{,}7 \cdot C_3H_8^b + 2877{,}40 \cdot C_4H_{10}^b \qquad \left[\frac{MJ}{kmol}\right]$$

$$H_i = 282{,}98 \cdot CO^b + 241{,}81 \cdot H_2^b + 802{,}60 \cdot CH_4^b + 1323{,}15 \cdot C_2H_4^b + 1428{,}64 \cdot C_2H_6^b +$$
$$+ 1925{,}97 \cdot C_3H_6^b + 2043{,}11 \cdot C_3H_8^b + 2657{,}32 \cdot C_4H_{10}^b \qquad \left[\frac{MJ}{kmol}\right]$$

$$H_i = \sum_K H_{i,K} \cdot \nu_K \qquad \left[\frac{MJ}{kmol}\right]$$

$$\Delta h_i = \sum_K \Delta h_{i,K} \cdot \nu_K \qquad \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Molares Normvolumen:

$$V_{mn} \approx 22{,}4 \left[\frac{m_n^3}{kmol}\right]$$

2.2 Luftbedarf und Verbrennungsgasmenge

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Mindest-Luftbedarf trockene Luft (pro kg bzw.mn³ Brennstoff)	$L_{\min,tr} = L_{\min}$	$\frac{m_n^3}{kg_b}$ bzw. $\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}$
Mindest-Luftbedarf feuchte Luft (pro kg bzw.mn³ Brennstoff)	$L_{\min,\,feucht}$	$\frac{m_n^3}{kg_b}$ bzw. $\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}$
Tatsächliche Luftmenge trockene Luft (pro kg bzw.mn³ Brennstoff)	$L_{tr} = L$	$\frac{m_n^3}{kg_b}$ bzw. $\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}$
Luftzahl	$\lambda = \frac{L}{L_{\min}}$	-
Verbrennungsgasmenge einer Komponente im Abgas (pro kg bzw.mn³ Brennstoff)	V	$\frac{m_n^3}{kg_b}$ bzw. $\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}$
Verbrennungsgasmenge Abgas (pro kg bzw.mn³ Brennstoff)	V_A	$\frac{m_n^3}{kg_b}$ bzw. $\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}$
max. CO_2 - Gehalt im trockenen Abgas	$CO_{2,\max,tr}$	$\frac{m_n^3}{m_n^3}$
Absolute Luftfeuchte	x_L	$\frac{kg_{H_2O}}{kg_{tr.Luft}}$

für feste und flüssige Brennstoffe in kg_b

$$L_{\min} = \frac{1}{0{,}21} \cdot o_{\min} = 8{,}88 \cdot c + 26{,}44 \cdot h + 3{,}32 \cdot s - 3{,}33 \cdot o \qquad \left[\frac{m_{n,L,tr}^3}{kg_b}\right]$$

$$V_{CO_2\,\max,\,tr} = 1{,}85 \cdot \mathrm{c} \qquad \left[\frac{m_{n,tr}^3}{kg_b}\right]$$

$$V_{A\min tr} = V_{CO_2} + V_{SO_2} + V_{N_2} = 1{,}85 \cdot \mathrm{c} + 0{,}68 \cdot \mathrm{s} + 0{,}80 \cdot \mathrm{n} + 0{,}79 \cdot \mathrm{L}_{\min} \qquad \left[\frac{m_{n,tr}^3}{kg_b}\right]$$

$$V_{A\min,feucht} = V_{CO_2} + V_{SO_2} + V_{N_2} + V_{H_2O} = V_{A\min tr} + 11{,}11 \cdot \mathrm{h} + \mathrm{L}_{\min} \cdot 1{,}6 \cdot \mathrm{x} \qquad \left[\frac{m_{n,f}^3}{kg_b}\right]$$

für gasförmige Brennstoffe in $m_{n,b}^3$

$$L_{\min,tr} = \frac{1}{0{,}21} \cdot \left[\left(\frac{CO^b + H_2^b}{2}\right) + \sum\left(n + \frac{m}{4}\right) \cdot C_n H_m^b - O_2^b\right] \qquad \left[\frac{\mathrm{m}_\mathrm{n}^3}{\mathrm{m}_{\mathrm{n,\,b}}^3}\right]$$

$$V_{CO_2,tr} = CO_2^b + CO^b + \Sigma n \cdot \left(C_n H_m\right)^b \qquad \left[\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}\right]$$

$$V_{A\min,tr} = V_{CO_2} + V_{N_2} = CO_2^b + CO^b + \Sigma n \cdot (C_n H_m)^b + N_2^b + 0{,}79 \cdot L_{\min tr} \qquad \left[\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}\right]$$

$$V_{A\min,f} = V_{CO_2} + V_{N_2} + V_{H_2O} = V_{A\min,tr} + H_2^b + \Sigma \frac{m}{2} \cdot (C_n H_m)^b \qquad \left[\frac{m_n^3}{m_{n,b}^3}\right]$$

für alle Brennstoffe

$$CO_{2,\max,tr} = \frac{V_{CO_2}}{V_{a,tr,\min}(\lambda = 1)}$$

$$L_{tr} = \lambda \cdot L_{\min,tr} \qquad L_{feucht} = \lambda \cdot L_{\min,feucht}$$

$L_{\min,f} = (1 + w_L) \cdot L_{\min} = (1 + 1{,}6\, x_L) \cdot L_{\min}$

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Wassergehalt der feuchten Luft	w_L	$\frac{kmol_{H_2O}}{kmol_{tr.Luft}}$
Wasserdampfpartialdruck im gesättigen Zustand (Sättigungsdruck)	p_S	bar bzw. $\frac{N}{m_2}$
Luftdruck	p	bar bzw. $\frac{N}{m_2}$
Relative Luftfeuche	φ	-
Absolute Luftfeuchte	x_L	$\frac{kg_{H_2O}}{kg_{tr.Luft}}$

$$x_L = 0{,}622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_s}{p - \varphi \cdot p_s}$$

$$w_L = \frac{\varphi \cdot p_s}{p - \varphi \cdot p_s} \qquad \frac{x_L}{w_L} = 0{,}622 \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{w_L}{x_L} = 1{,}6$$

2.3 Unvollkommene Verbrennung

$$\lambda = 1 + \left(\frac{CO_{2\max tr}}{CO_{2gem.} + CO_{gem.}} - 1 \right) \cdot \frac{V_{A\min tr}}{L_{\min tr}}$$

für $H_{2,gem.}$ kleiner 0,1%
gem. – gemessen im Abgas

2.4 Theoretische Verbrennungstemperatur

Nach dem Rosing-Fehling-Diagramm

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Abgasenthalpie	h_A	$\frac{kJ}{m^3_{n,Abgas}}$
Luftgehalt im Abgas	l	$\frac{m^3_{n,Luft}}{m^3_{n,Abgas}}$
Verbrennungstemperaur	t_V	$°C$

$$h_A \approx \frac{\Delta h_i}{V_{A,\,feucht,\min} + (\lambda - 1)\cdot L_{\min}} = \frac{\Delta h_i}{V_{A,\,feucht}}$$

$$l = \frac{(\lambda - 1)\cdot L_{\min}}{V_{A,\,feucht}}$$

$t_v \approx t_v^* + t_{Luft}$ $\qquad$ $t_v^* \rightarrow$ abgelesen aus dem Rosing-Fehling-Diagramm

3. Wärmeübertragung

3.1 Wärmeleitung

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Wärmestromdichte	q	$\frac{W}{m^2}$
Wärmeübertragungsfläche	A	m^2
Wärmestrom	$\dot{Q}$	$\frac{J}{s} = W$
Temperatur	t	$°C$
Wärmeleitfähigkeit (Stoffwert)	λ	$\frac{W}{m\cdot K}$
Dicke der Wand, Platte	δ	m
Wärmeleitwiderstand	R_l	$\frac{K}{W}$
Länge Rohr bzw. Zylinder	l	m
Radius	r	m

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$$

- **ebene Wand**

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A \cdot (t_1 - t_2)$$

$$R_l = \frac{\Delta t}{\dot{Q}} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\delta}{\lambda}$$

- **mehrschichtige ebene Wand**

$$\dot{Q} = \frac{A}{\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \cdot (t_1 - t_{n+1})$$

n = Anzahl der Schichten

$$R_{l,ges} = \frac{1}{A} \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_j}{\lambda_j}$$

Reihenschaltung von Widerständen

- **Hohlzylinder**

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot l \cdot (t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$R_l = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot l}$$

r_1 = Innenradius

r_2 = Außenradius

- **mehrschichtige Hohlzylinder**

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{j=1}^{n} R_l} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot l} \cdot \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{\lambda_j} \cdot \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} \right)}$$

$$R_{l,ges} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot l} \cdot \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{\lambda_j} \cdot \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} \right)$$

r_1 = Innenradius

r_{n+1} = Außenradius

n = Anzahl der Schichten

- **Kugel**

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot 4\pi \cdot (t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$R_l = \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{\lambda \cdot 4 \cdot \pi}$$

3.2 Konvektion

3.2.1 Kennzahlen

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Nusselt-Zahl der charakteristischen Länge	Nu_L	-
Reynolds-Zahl der charakteristischen Länge	Re_L	-
Prandtl-Zahl	Pr	-
Peclet-Zahl der charakteristischen Länge	Pe_L	-
Grashof-Zahl	Gr	-
Rayleigh-Zahl	Ra	-
Wärmeleitfähigkeit Fluids (Stoffwert)	λ_{Fl}	$\frac{W}{m \cdot K}$
Charakteristische Länge (der Wärmeübertragung)	L	m
Wärmeübergangskoeffizient	α	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Mittlere Strömungsgeschwindigkeit	w	$\frac{m}{s}$
Kinematische Viskosität	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$	$\frac{m^2}{s}$
Dynamische Viskosität	η	$\frac{kg}{m \cdot s}$
Dichte Fluid	ρ	$\frac{kg}{m^3}$
Spezifische Wärmekapazität	c_p	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Temperaturleitzahl	$a = \frac{\lambda_{Fl}}{\rho \cdot c_p}$	$\frac{m^2}{s}$

$$\alpha = Nu_L \cdot \frac{\lambda_{Fl}}{L}$$

$$Nu_L = f(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}, Gr)$$

$$\mathrm{Re}_L = \frac{w \cdot L}{\nu}$$

$$Pe_L = \frac{w \cdot L}{a}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda}$$

$$Gr = \frac{g \cdot L^3 \cdot \beta \cdot \Delta t}{\nu^2}$$

Δt =Temperaturdifferenz innerhalb einer Phase

β = räumlicher Wärmeausdehnungskoeffizient in $\frac{1}{K}$

g = 9,798 m/s² Gravitationsbeschleunigung Erde

$$Ra = Gr \cdot \mathrm{Pr}$$

3.2.2 Charakteristische Länge

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Übertragener Wärmestrom zwischen Wand und Fluid	$\dot{Q}$	W
Wärmeübertragungsfläche	A	m^2
Temperatur - Wand , Fluid	t_W , t_{Fl}	$°C$
Wärmeübergangskoeffizient	α	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Durchmesser – innen, außen	d_i d_a	m
Hydraulischer Durchmesser	d_h	m
Länge, geometrische	l	m
Charakteristische Länge (der Wärmeübertragung)	L	m

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (t_W - t_{Fl})$$

- **Rohrinnenströmung**

$L = d_i$ Rohr-Innenströmung (Zylinder)

$L = d_h$ Rohr-Innenströmung (beliebiger Querschnitt)

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U}$$

- **Außenströmung**

$L = l$ Platten-Außenströmung

$L = d_a \cdot \frac{\pi}{2}$ Außen umströmtes Rohr

$L = d_a$ Außen umströmte Kugel

- **Übertragene Wärme bei Phasenwechsel zwischen Wand und Fluid**

t_S =Siedetemperatur des Fluids in °C

$\dot{Q} = \alpha_u \cdot A \cdot (t_S - t_W)$ Kondensation, u - unterkühlt

$\dot{Q} = \alpha_{ü} \cdot A \cdot (t_W - t_S)$ Verdampfung, ü – überhitzt

3.3 Strahlung

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Emittierte Wärmestromdichte durch Strahlung eines Körpers	q	$\frac{W}{m^2}$
Wärmestrom durch Strahlungsaustausch	$\dot{Q}_{12}$	W
Oberfläche emittierend , absorbierend	A	m^2
Strahlungsaustauschzahl	C_{12}	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
Emissionskoeffizient von Oberflächen	ε^*	-
Absorptionskoeffizient	α^*	-
Wellenlänge	λ^*	μm
Thermodynamische Temperatur	T	K
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
Strahlungskonstante des schwarzen Körpers	C_S	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

Kirchhoffsches Gesetz: $\varepsilon^*(\lambda^*) = \alpha^*(\lambda^*)$

Stefan-Boltzmann-Konstante: $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4}$

Strahlungskonstante des schw. Körpers: $C_s = 5{,}67 \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

Emittierte Strahlung eines technischen Körpers:

$$q = \varepsilon^* \cdot \sigma \cdot T^4 = \varepsilon^* \cdot C_S \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

- **Strahlungsaustausch zwischen Oberflächen**

$$\dot{Q}_{12} = C_{12} \cdot A_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

parallele Platten:

$$C_{12} = \frac{C_S}{\frac{1}{\varepsilon_1^*} + \frac{1}{\varepsilon_2^*} - 1}$$

mehrschichtige parallele Platten:
mit n= Anzahl der Schichten

$$C_{12} = \frac{C_S}{\frac{1}{\varepsilon_1^*} + \frac{1}{\varepsilon_2^*} - 1 + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{2}{\varepsilon_j^*} - 1\right)}$$

konzentrische Rohre oder Kugeln:

$$C_{12} = \frac{C_S}{\frac{1}{\varepsilon_1^*} + \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2^*} - 1 \right)}$$

- **Strahlungsaustausch zwischen Gas und Wand**

$$\dot{Q}_{Gas,Wand} = \frac{\varepsilon^*_{Wand}}{1 - \left(1 - \varepsilon^*_{Wand}\right) \cdot \left(1 - \alpha^*_{Gas}\right)} \cdot \sigma \cdot A \cdot \left[\varepsilon^*_{Gas} \cdot T^4_{Gas} - \alpha^*_{Gas,Wand} \cdot T^4_{Wand}\right]$$

Näherungsgleichung für $T_{Gas} >> T_{Wand}$:

$$\dot{Q}_{Gas,Wand} \approx \varepsilon^*_{Gas} \cdot \varepsilon^*_{Wand} \cdot \sigma \cdot A \cdot \left(T^4_{Gas} - T^4_{Wand}\right)$$

3.4 Wärmedurchgang

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Übertragener Wärmestrom zwischen Fluiden	$\dot{Q}$	W
Oberfläche emittierend , absorbierend	A	m^2
Wärmedurchgangskoeffizient	k	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Wärmeübergangskoeffizient	α	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Wärmeleitfähigkeit der Wand (Stoffwert)	λ	$\frac{W}{m \cdot K}$
Dicke der Wand, Platte	δ	m
Temperatur – Fluid	t_{Fl}	$°C$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \left(t_{Fl,1} - t_{Fl,2}\right)$$

für **parallele mehrschichtige Wand**:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\delta_j}{\lambda_j}\right) + \frac{1}{\alpha_2}}$$

für **einschichtige Zylinder-/ Rohrwand**:

k_a = Wärmedurchgangskoeffizient (bezogen auf Außenfläche)

$$k_a = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} \cdot \frac{A_a}{A_i} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{A_a}{A_m} + \frac{1}{\alpha_a}}$$

i – innen   a – außen

mit mittlere Fläche einer Zylinderwand / Rohrwand $$A_m = \frac{A_a - A_i}{\ln \frac{A_a}{A_i}}$$

mit mittlere Fläche einer Kugelwand $A_m = \sqrt{A_a \cdot A_i}$ Kugelwände

3.5 Wärmetauscher - Wärmeübertrager

Begriff	Formelzeichen	Dimension
Übertragener Wärmestrom zwischen Fluiden	$\dot{Q}$	W
Oberfläche	A	m^2
Wärmedurchgangskoeffizient	k	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Mittlere Temperaturdifferenz	Δt_m	K
Number of Transfer Units bezogen auf Fluid 1	NTU_1	-
Massenstrom Fluid 1	$\dot{m}_1$	$\frac{kg}{s}$
Spezifische Wärmekapazität (Stoffwert)	c_p	$\frac{J}{kg \cdot K}$
Wärmekapazitätsstrom (bezogen auf Fluid 1 oder Fluid 2)	$\dot{W}_1 \quad \dot{W}_2$	$\frac{J}{s \cdot K} = \frac{W}{K}$
Temperatur Eintritt / Austritt Fluid 1	$t_1' \quad t_1''$	$°C$
Temperatur Eintritt / Austritt Fluid 2	$t_2' \quad t_2''$	$°C$
Austauschgrad	Φ	-

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta t_m$$

für Gleich- und Gegenstromwärmeübertrager: $$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{groß} - \Delta t_{klein}}{\ln \frac{\Delta t_{groß}}{\Delta t_{klein}}}$$

$$NTU_1 = \frac{k \cdot A}{\dot{m}_1 \cdot c_1} = \frac{k \cdot A}{\dot{W}_1}$$

$$\dot{W}_1 = \dot{m}_1 \cdot c_{p,1} \quad \text{mit} \quad \dot{W}_1 < \dot{W}_2$$

$$\Phi = \frac{t_1' - t_1''}{t_1' - t_2'}$$

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}}$$

$$\dot{Q}_{\max} = \dot{W}_{\min} \cdot \left(t_1' - t_2'\right)$$